

TCVN

TIÊU CHUẨN QUỐC GIA

TCVN 4553 : 2009

Xuất bản lần 2

**THỐNG KÊ ỨNG DỤNG –
ƯỚC LƯỢNG VÀ KHOẢNG TIN CẬY ĐỐI VỚI
THAM SỐ CỦA PHÂN BỐ POISSON**

Applied statistics –

Estimation and confidence of intervals for parameters of Poisson distribution

HÀ NỘI – 2009

Mục lục

	Trang
Lời nói đầu	4
1 Phạm vi áp dụng	5
2 Thuật ngữ và định nghĩa	5
3 Quy định chung	5
4 Ước lượng điểm của tham số λ	6
5 Khoảng tin cậy của tham số λ	6
Phụ lục A (tham khảo) Chỉ dẫn các ký hiệu	15
Phụ lục B (quy định) Giá trị của các giới hạn tin cậy.....	16
Phụ lục C (tham khảo) Các ví dụ	17

Lời nói đầu

TCVN 4553 : 2009 thay thế cho TCVN 4553-1988;

TCVN 4553 : 2009 do Ban kỹ thuật tiêu chuẩn quốc gia TCVN/TC 69
Ứng dụng các phương pháp thống kê biên soạn, Tổng cục Tiêu
chuẩn Đo lường Chất lượng đề nghị, Bộ Khoa học và Công nghệ
công bố.

Thống kê ứng dụng – Ước lượng và khoảng tin cậy đối với tham số của phân bố Poisson

Applied statistics –

Estimation and confidence of intervals for parameters of Poisson distribution

1 Phạm vi áp dụng

Tiêu chuẩn này quy định các quy tắc xác định các ước lượng và khoảng tin cậy cho tham số của phân bố Poisson dựa vào mẫu ngẫu nhiên đơn giản rút ra từ tổng thể có phân bố Poisson.

2 Thuật ngữ và định nghĩa

Tiêu chuẩn này sử dụng các thuật ngữ và định nghĩa trong TCVN 8244-2 (ISO 3534-2), *Thống kê học – Thuật ngữ và ký hiệu – Thống kê ứng dụng*.

3 Quy định chung

3.1 Đại lượng ngẫu nhiên rời rạc X tuân theo phân bố Poisson với tham số $\lambda > 0$ nếu:

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x \times e^{-\lambda}}{x!} \quad (1)$$

trong đó: $x = 0, 1, 2, \dots$;

e là cơ số lôgarit tự nhiên;

$\lambda > 0$ là tham số của phân bố.

Kỳ vọng $E(X)$ và phương sai $D(X)$ của đại lượng này bằng:

$$B(X) = D(X) = \lambda \quad (2)$$

3.2 Phân bố Poisson có thể mô tả phân bố của số các biến cố (Ví dụ: số lần hỏng máy, số phế phẩm trong quá trình sản xuất tự động...) trong các khoảng thời gian có độ dài nhất định hay phân

bố số các phần tử (Ví dụ: số các hạt, số các khuyết tật của vật liệu, số vi khuẩn) trong mặt phẳng có diện tích cho trước, phần không gian có thể tích cho trước hoặc một tập hợp nào đó cho trước.

4 Ước lượng điểm của tham số λ

Cho mẫu ngẫu nhiên đơn giản X_1, X_2, \dots, X_n , của đại lượng ngẫu nhiên X tuân theo phân bố Poisson (1). Ước lượng điểm $\hat{\lambda}$ của tham số λ :

$$\hat{\lambda} = \bar{X} - \frac{T}{n} \quad (3)$$

trong đó:
$$\bar{X} = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n x_i \quad (4)$$

$$T = \sum_{i=1}^n x_i \quad (5)$$

n là cỡ mẫu

Ước lượng (3) là ước lượng không chệch có phương sai bé nhất của λ .

Phương sai của $\hat{\lambda}$ bằng:

$$D(\hat{\lambda}) = \frac{\lambda}{n} \quad (6)$$

5 Khoảng tin cậy của tham số λ

5.1 Khoảng tin cậy một phía bên phải

$$[\lambda_d < \lambda] \quad (7)$$

với mức tin cậy $1 - \alpha$ cho trước:

$$P_\lambda [\lambda_d < \lambda] \geq 1 - \alpha \quad (8)$$

được xác định bởi:

$$\lambda_d = \frac{r_d}{n} \quad (9)$$

với
$$r_d = \frac{1}{2} \chi_\alpha^2(2T) \quad (10)$$

trong đó $\chi_p^2(k)$ là p -phân vị của phân bố χ^2 với k bậc tự do.

Tương tự khoảng tin cậy một phía bên trái:

$$[\lambda < \lambda_d] \quad (11)$$

với mức tin cậy $1 - \alpha$ cho trước:

$$P_{\lambda} [\lambda < \lambda_t] \geq 1 - \alpha \quad (12)$$

được xác định bởi:

$$\lambda_t = \frac{r_t}{n} \quad (13)$$

với
$$r_t = \frac{1}{2} \chi_{1-\alpha}^2 (2T + 2) \quad (14)$$

Bảng 1 và Bảng 2 ghi các giá trị của r_d và r_t ứng với các giá trị của $1 - \alpha$ và T đã biết.

5.2 Khoảng tin cậy hai phía của λ

$$[\lambda_d^* < \lambda < \lambda_t^*] \quad (15)$$

với mức tin cậy $1 - \alpha^*$ cho trước:

$$P_{\lambda} [\lambda_d^* < \lambda < \lambda_t^*] \geq 1 - \alpha^* \quad (16)$$

được xác định bởi:

$$\lambda_d^* = \frac{r_d^*}{n} \quad (17)$$

$$\lambda_t^* = \frac{r_t^*}{n} \quad (18)$$

với
$$r_d^* = \frac{1}{2} \chi_{\frac{\alpha^*}{2}}^2 (2T) \quad (19)$$

$$r_t^* = \frac{1}{2} \chi_{1-\frac{\alpha^*}{2}}^2 (2T + 2) \quad (20)$$

5.3 Nếu trong khoảng tin cậy hai phía:

$$[\lambda_d^* < \lambda < \lambda_t^*] \quad (21)$$

coi λ_d^* như giới hạn khoảng tin cậy một phía $[\lambda_d^* < \lambda]$ với mức tin cậy $1 - \alpha$

coi λ_t^* như giới hạn khoảng tin cậy một phía $[\lambda < \lambda_t^*]$ với mức tin cậy $1 - \alpha$

thì khoảng tin cậy hai phía (21) có mức tin cậy là:

$$1 - \alpha^* = 1 - 2\alpha \quad (22)$$

TCVN 4553 : 2009

Các hệ số r_d^* và r_i^* của các giới hạn tin cậy λ_d^* , λ_i^* trong các khoảng tin cậy hai phía ở 5.2 và 5.3 được xác định trong các Bảng 1 và Bảng 2 tương ứng với các giá trị $1 - \alpha^* = 1 - 2\alpha$ và T đã biết.

5.4 Nếu $T = \sum_{i=1}^n x_i = 0$ đặt $\lambda_d - \lambda_d^* = 0$ đối với các trường hợp 5.1 và 5.2.

Còn λ_i và λ_i^* vẫn được xác định như cũ.

5.5 Trường hợp $T > 100$

Các giá trị r_d và r_i đối với khoảng tin cậy một phía với mức tin cậy $1 - \alpha$ được tính gần đúng theo công thức:

$$r_d = \frac{(9T - 1 - 3U_{1-\alpha}\sqrt{T})^3}{729T^2} \quad (23)$$

$$r_i = \frac{(9T + 8 + 3U_{1-\alpha}\sqrt{T+1})^3}{729T^2} \quad (24)$$

Các giá trị r_d^* và r_i^* đối với khoảng tin cậy hai phía có mức tin cậy $1 - \alpha$ được xác định gần đúng theo các công thức:

$$r_d^* = \frac{\left(9T - 1 - 3U_{\frac{1-\alpha}{2}}\sqrt{T}\right)^3}{729T^2} \quad (25)$$

$$r_i^* = \frac{\left(9T + 8 + 3U_{\frac{1-\alpha}{2}}\sqrt{T+1}\right)^3}{729(T^2 + 1)} \quad (26)$$

với U_p là các p -phân vị của các phân bố chuẩn $N(0, 1)$.

Các trị số của các U_p được xác định trong Bảng 3.

**Bảng 1 – Giá trị hệ số t_{α} ứng với mức tin cậy một phía bên phải $1 - \alpha$
và mức tin cậy hai phía $1 - \alpha'$**

T	$1 - \alpha'$						
	0,800 0	0,900 0	0,950 0	0,980 0	0,990 0	0,995 0	0,998 0
	$1 - \alpha$						
	0,900 0	0,950 0	0,975 0	0,990 0	0,995 0	0,997 5	0,999 0
1	0,105	0,051	0,025	0,010	0,005	0,002 5	0,001 0
2	0,532	0,355	0,242	0,149	0,103	0,072 5	0,045 4
3	1,020	0,818	0,619	0,436	0,338	0,263 5	0,191 0
4	1,745	1,366	1,090	0,823	0,672	0,552 0	0,429 0
5	2,433	1,970	1,623	1,279	1,078	0,913 5	0,739
6	3,152	2,613	2,202	1,785	1,537	1,337	1,11
7	3,895	3,285	2,814	2,330	2,037	1,791	1,52
8	4,656	3,981	3,454	2,906	2,571	2,287	1,97
9	5,432	4,695	4,115	3,507	3,132	2,812	2,45
10	6,221	5,425	4,795	4,130	3,717	3,362	2,96
11	7,021	6,169	5,491	4,771	4,321	3,923	3,43
12	7,829	6,924	6,201	5,428	4,943	4,522	4,04
13	8,646	7,690	6,922	6,099	5,580	5,128	4,61
14	9,470	8,464	7,654	6,782	6,231	5,748	5,20
15	10,300	9,246	8,395	7,477	6,893	6,382	5,79
16	11,135	10,036	9,145	8,181	7,567	7,028	6,41
17	11,976	10,832	9,903	8,895	8,251	7,684	7,03
18	12,822	11,634	10,688	9,616	8,943	8,350	7,66
19	13,671	12,442	11,439	10,346	9,644	9,025	8,31
20	14,525	13,255	12,217	11,082	10,353	9,708	8,958
21	15,383	14,072	12,999	11,825	11,069	10,349	9,620
22	16,244	14,894	13,787	12,574	11,792	11,098	10,290
23	17,108	15,719	14,580	13,329	12,521	11,804	10,964
24	17,975	16,549	15,377	14,089	13,255	12,514	11,650
25	18,844	17,382	16,179	14,853	13,995	13,232	12,337
26	19,717	18,219	16,984	15,623	14,741	13,953	13,032
27	20,592	19,058	17,793	16,397	15,491	14,668	13,734
28	21,469	19,901	18,606	17,175	16,245	15,415	14,440
29	22,348	20,746	19,422	17,957	17,004	16,153	15,152

Bảng 1 (tiếp theo)

T	1 - α'						
	0,800 0	0,900 0	0,950 0	0,980 0	0,990 0	0,995 0	0,998 0
	1 - α						
	0,900 0	0,950 0	0,975 0	0,990 0	0,995 0	0,997 5	0,999 0
30	23,229	21,594	20,241	18,742	17,767	16,985	15,870
31	24,113	22,445	21,063	19,532	18,534	17,642	16,590
32	24,998	23,297	21,088	20,423	19,305	18,392	17,317
33	25,885	24,153	22,716	21,120	20,079	19,146	18,046
34	26,774	25,010	23,546	21,919	20,857	19,904	18,780
35	27,664	25,870	24,379	22,721	21,638	20,666	19,518
36	28,556	26,731	25,214	23,526	22,422	21,431	20,260
37	29,450	27,595	26,051	24,433	23,208	22,199	21,005
38	30,345	28,460	26,891	25,143	23,998	22,970	21,753
39	31,241	29,327	27,733	25,955	24,791	23,744	22,505
40	32,139	30,196	28,577	26,770	25,586	24,521	23,260
41	33,038	31,066	29,422	27,587	26,334	25,301	24,018
42	33,938	31,938	30,270	28,406	27,184	26,083	24,779
43	34,839	32,812	31,119	29,228	27,986	26,868	25,542
44	35,742	33,687	31,970	30,052	28,791	27,656	26,308
45	36,646	34,563	32,823	30,878	29,598	28,446	27,087
46	37,550	36,441	33,678	31,705	30,407	29,238	27,850
47	38,456	36,320	34,534	32,534	31,218	30,033	28,623
48	39,363	37,200	35,391	33,365	32,032	30,830	29,400
49	40,270	38,082	36,250	34,198	32,847	31,628	30,178
50	41,179	38,965	37,111	35,032	33,664	32,428	30,560
51	42,089	39,849	37,973	35,869	34,483	33,231	31,742
52	42,999	40,739	38,836	36,707	35,303	34,036	32,527
53	43,910	41,620	39,701	37,546	36,125	34,842	33,315
54	44,823	42,507	40,566	38,387	36,949	35,651	34,103
55	45,736	43,396	41,434	39,229	37,775	36,461	34,894
56	46,649	44,285	42,302	40,073	38,602	37,272	35,687
57	47,564	45,176	43,171	40,918	39,431	38,086	36,482
58	48,479	46,067	44,042	41,765	40,261	38,901	37,279
59	49,335	46,959	44,914	42,613	41,093	39,718	38,078

Bảng 1 (kết thúc)

T	1 - α'						
	0,800 0	0,900 0	0,950 0	0,980 0	0,990 0	0,995 0	0,998 0
	1 - α						
	0,900 0	0,950 0	0,975 0	0,990 0	0,995 0	0,997 5	0,999 0
60	50,312	47,852	45,786	43,462	41,926	40,503	38,877
61	51,229	48,746	46,660	44,312	42,760	41,356	39,679
62	52,147	49,641	47,535	45,164	42,596	42,181	40,482
63	53,066	50,537	48,411	46,016	43,433	42,991	41,287
64	53,985	50,634	49,288	46,870	44,272	43,829	42,095
65	54,906	52,331	50,166	47,728	45,111	44,647	42,902
66	55,826	53,229	51,044	48,582	46,952	45,435	43,664
67	56,747	54,128	51,924	49,439	46,794	46,309	44,522
68	57,669	55,028	52,805	50,257	47,637	47,125	45,334
69	58,592	55,928	53,686	51,157	48,482	47,948	46,148
70	59,515	56,830	54,568	52,017	50,327	48,830	46,963
72	61,362	58,634	56,336	53,741	52,022	50,451	48,596
74	63,212	60,441	58,106	55,469	53,720	52,135	50,232
76	65,064	62,251	59,879	57,200	55,423	53,769	51,831
78	66,917	64,063	61,656	58,935	57,129	55,495	53,528
80	68,773	65,878	63,435	60,673	58,840	57,167	55,186
82	70,630	67,696	65,217	62,414	60,553	58,851	56,820
84	72,469	69,514	67,002	64,159	62,271	60,548	58,487
86	74,350	71,336	68,789	65,906	63,991	62,272	60,193
88	76,212	73,159	70,579	67,657	65,715	63,910	61,786
90	78,076	74,984	72,371	69,410	67,442	65,657	63,507
92	79,942	76,812	74,165	71,166	69,172	67,418	65,243
94	81,809	78,641	75,962	72,925	70,905	69,069	66,860
96	83,677	80,472	77,760	74,686	72,641	70,051	68,551
98	85,577	82,305	79,561	76,450	74,379	72,488	70,222
100	87,418	84,139	81,364	78,216	76,120	74,227	71,933

Bảng 2 – Giá trị hệ số r , ứng với mức tin cậy một phía bên trái $1 - \alpha$
và mức tin cậy hai phía $1 - \alpha'$

T	$1 - \alpha'$						
	0,800 0	0,900 0	0,950 0	0,980 0	0,990 0	0,995 0	0,998 0
	$1 - \alpha$						
	0,900 0	0,950 0	0,975 0	0,990 0	0,995 0	0,997 5	0,999 0
0	2,303	2,996	3,689	4,605	5,298	5,991	6,468
1	3,890	4,744	5,572	6,638	7,430	8,212	9,233
2	5,322	6,296	7,225	8,406	9,274	10,145	11,230
3	6,681	7,754	8,767	10,045	10,977	11,887	13,062
4	7,994	9,154	10,242	11,605	12,594	13,556	14,794
5	9,275	10,513	11,668	13,108	14,150	15,199	16,454
6	10,532	11,842	13,059	14,571	15,660	16,713	18,062
7	11,771	13,148	14,423	16,000	17,134	18,228	19,626
8	12,995	14,435	15,763	17,403	18,578	19,711	21,156
9	14,206	15,705	17,085	18,783	19,998	21,168	22,657
10	15,407	16,362	18,350	20,145	21,398	22,602	24,134
11	16,598	18,208	19,682	21,490	22,779	24,017	25,590
12	17,782	19,443	20,962	22,821	24,145	25,415	27,026
13	18,958	20,669	22,230	24,139	25,497	26,797	28,446
14	20,128	21,886	23,490	25,446	26,836	28,166	29,851
15	21,292	23,097	24,740	26,743	28,164	29,523	31,243
16	22,452	24,801	25,983	28,030	29,482	30,869	32,623
17	23,606	25,499	27,219	29,310	30,791	32,262	33,992
18	24,756	26,692	28,448	30,581	32,091	33,515	35,351
19	25,903	27,879	29,671	31,845	33,383	34,865	36,701
20	27,045	29,062	30,888	33,103	34,668	36,253	38,042
21	28,184	30,240	32,101	34,355	35,946	37,397	39,385
22	29,320	31,415	33,308	35,601	37,218	38,695	40,700
23	30,453	32,585	34,511	36,841	38,484	40,151	42,018
24	31,584	33,752	35,710	38,077	39,745	41,342	43,330
25	32,711	34,916	36,905	39,308	41,000	42,499	44,636
26	33,836	36,077	38,096	40,534	42,251	43,893	45,936
27	34,959	37,234	39,284	41,757	43,497	45,237	47,230
28	36,080	38,389	40,468	42,975	44,738	46,306	48,520
29	37,199	39,541	41,649	44,390	45,976	47,423	49,803

Bảng 2 (tiếp theo)

T	1 - α'						
	0,800 0	0,900 0	0,950 0	0,980 0	0,990 0	0,995 0	0,998 0
	1 - α						
	0,900 0	0,950 0	0,975 0	0,990 0	0,995 0	0,997 5	0,999 0
30	38,315	40,691	42,827	45,401	47,209	48,653	51,085
31	39,430	41,838	44,002	46,608	48,439	49,763	52,360
32	40,543	42,982	45,174	47,813	49,665	51,220	53,630
33	41,654	44,125	46,344	49,014	50,888	52,517	54,900
34	42,764	45,266	47,512	50,213	52,107	53,683	56,160
35	43,872	46,404	48,677	51,408	53,324	55,141	57,420
36	44,978	47,541	49,839	52,601	54,537	56,641	58,675
37	46,083	48,675	51,000	53,791	55,748	57,483	59,930
38	47,187	49,808	52,158	54,979	56,955	58,884	61,175
39	48,289	50,940	53,314	56,164	58,161	60,081	62,430
40	49,390	52,069	54,469	57,347	59,363	61,292	63,660
41	50,490	53,197	55,621	58,528	60,563	62,596	64,900
42	51,589	54,324	56,772	59,707	61,961	63,747	66,140
43	52,686	55,449	57,921	60,884	62,956	65,075	67,375
44	53,783	56,573	59,068	62,058	64,149	66,029	68,605
45	54,878	57,695	60,214	63,231	65,341	67,331	69,835
46	55,972	58,816	61,358	64,402	66,530	68,585	71,060
47	57,065	59,935	62,500	65,571	67,717	69,449	72,285
48	58,158	61,054	63,641	66,738	68,902	70,956	73,505
49	59,249	62,171	64,781	67,903	70,085	72,039	74,725
50	60,339	63,287	65,919	69,067	71,266	73,368	75,940
51	61,429	64,402	67,056	70,230	72,446	74,533	77,155
52	62,518	65,516	68,191	71,390	73,624	75,834	78,490
53	63,606	66,628	69,325	72,549	74,800	76,916	79,577
54	64,693	67,740	70,458	73,707	75,974	77,992	80,656
55	65,780	68,851	71,590	74,863	77,147	78,998	81,660
56	66,864	69,960	72,721	76,018	78,319	80,472	84,187
57	67,949	71,069	73,850	77,172	79,489	81,443	84,149
58	69,033	72,177	74,978	78,324	80,657	82,818	85,567
59	70,116	73,284	76,106	79,475	81,824	84,081	86,858

Bảng 2 (kết thúc)

T	1 - α'						
	0,800 0	0,900 0	0,950 0	0,980 0	0,990 0	0,995 0	0,998 0
	1 - α						
	0,900 0	0,950 0	0,975 0	0,990 0	0,995 0	0,997 5	0,999 0
60	71,199	74,390	77,232	80,625	82,990	85,238	88,031
61	72,281	75,495	78,357	81,773	84,154	86,391	89,198
62	73,362	76,599	79,481	82,920	85,317	87,617	90,448
63	74,443	77,702	80,604	84,067	86,479	88,740	91,582
64	75,523	78,805	81,727	85,512	87,639	89,994	92,819
65	76,602	79,907	82,848	86,355	88,798	91,199	94,045
66	77,681	81,008	83,968	87,498	89,956	92,261	95,155
67	78,759	82,108	85,088	88,640	91,113	93,452	96,366
68	79,836	83,208	86,206	89,781	92,269	94,631	97,562
69	80,913	81,306	87,324	90,920	93,423	95,726	98,666
70	81,990	85,405	88,441	92,059	94,577	96,981	99,948
72	84,141	87,599	90,672	94,333	96,881	99,293	102,291
74	86,291	89,790	92,900	96,604	99,180	101,586	104,612
76	88,438	91,979	95,125	98,871	101,476	103,954	107,018
78	90,583	94,166	97,348	101,135	103,767	106,306	109,406
80	92,727	96,350	99,567	103,395	106,056	108,440	111,549
82	94,869	98,532	101,784	105,652	108,340	110,894	114,052
84	97,009	100,712	103,998	107,906	110,621	113,229	116,421
86	99,147	102,889	106,209	110,157	112,899	116,498	116,716
88	101,284	105,065	108,418	112,405	115,174	117,737	120,978
90	103,419	107,239	110,625	114,650	117,445	119,960	123,221
92	105,553	109,410	112,830	116,893	119,714	122,284	125,579
94	107,686	111,580	115,032	119,133	121,980	124,623	127,952
96	109,817	113,848	117,232	121,371	124,243	126,929	130,290
98	111,946	115,915	119,431	123,606	126,503	129,225	132,616
100	114,075	118,079	121,627	125,839	128,761	131,654	135,091

Bảng 3 – Giá trị hệ số U_p

P	0,800 0	0,900 0	0,950 0	0,975 0	0,990 0	0,995 0	0,997 5	0,999 0
U_p	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090

Phụ lục A

(tham khảo)

Chỉ dẫn các ký hiệu

TT	Tên gọi	Ký hiệu	Số hiệu công thức dùng ký hiệu lần đầu
1	Đại lượng ngẫu nhiên có phân bố Poisson	X	(1)
2	Kỳ vọng của đại lượng ngẫu nhiên	$E(X)$	(2)
3	Phương sai của đại lượng ngẫu nhiên	$D(X)$	(2)
4	Cỡ mẫu	n	(3)
5	Trung bình mẫu	\bar{X}	(4)
6	Tổng giá trị mẫu	T	(5)
7	Tham số của phân bố Poisson	λ	(1)
8	Tỷ lệ phế phẩm	p	Ví dụ 5
9	Ước lượng điểm của tham số	$\hat{\lambda}$	(3)
10	Giới hạn của khoảng tin cậy một phía bên phải	λ_d	(7)
11	Giới hạn của khoảng tin cậy một phía bên trái	λ_t	(11)
12	Giới hạn của khoảng tin cậy hai phía	λ_d^*, λ_t^*	(15)
13	Mức tin cậy của khoảng tin cậy một phía	$1 - \alpha$	(8) và (12)
14	Mức tin cậy của khoảng tin cậy hai phía	$1 - \alpha^*$	(16)
15	p -phân vị của phân bố chuẩn $U(0, 1)$	U_p	
16	p -phân vị của phân bố với k bậc tự do	$\chi_p^2(k)$	

Phụ lục B

(quy định)

Giá trị của các giới hạn tin cậy

Khoảng tin cậy	Giới hạn tin cậy	$T = 0$	$1 \leq T \leq 100$	$T > 100$
Khoảng tin cậy một phía	Bên phải $\lambda_d = \frac{r_d}{n}$	$\lambda_d = 0$	$\lambda_d = \frac{1}{2n} \chi_{\alpha}^2(2T)$	$\lambda_d = \frac{(9T - 1 - 3U_{1-\alpha} \sqrt{T})^3}{729T^2 n}$
	Bên trái $\lambda_l = \frac{r_l}{n}$	$\lambda_l = \frac{1}{2n} \chi_{1-\alpha}^2(2)$	$\lambda_l = \frac{1}{2n} \chi_{1-\alpha}^2(2T + 2)$	$\lambda_l = \frac{(9T + 8 + 3U_{1-\alpha} \sqrt{T + 1})^3}{729(T + 1)^2 n}$
Khoảng tin cậy hai phía	dưới $\lambda_d^* = \frac{r_d^*}{n}$	$\lambda_d^* = 0$	$\lambda_d^* = \frac{1}{2n} \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(2T)$	$\lambda_d^* = \frac{(9T - 1 - 3U_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{T})^3}{729T^2 n}$
	trên $\lambda_l^* = \frac{r_l^*}{n}$	$\lambda_l^* = \frac{1}{2n} \chi_{\alpha}^2(2)$	$\lambda_l^* = \frac{1}{2n} \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(2T + 2)$	$\lambda_l^* = \frac{(9T + 8 + 3U_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{T + 1})^3}{729(T + 1)^2 n}$

Ở đây các khoảng tin cậy một phía và hai phía đều có mức tin cậy $1 - \alpha$

$$T = \sum_{i=1}^n X_i$$

U_p là p -phân vị của phân bố chuẩn $U(0, 1)$;

$\chi_p^2(k)$ là p -phân vị của phân bố χ^2 với k bậc tự do.

Phụ lục C

(tham khảo)

Các ví dụ**C.1 Ví dụ 1**

Trong quá trình sản xuất các tấm kính, số khuyết tật (các bọt) trong tấm kính là đại lượng ngẫu nhiên. Phân tích 25 tấm kính giống nhau người ta thấy số bọt trong các tấm kính lần lượt là: 0; 2; 0; 0; 1; 0; 4; 0; 0; 1; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 3; 0; 0; 1; 0; 0; 3; 0; 1.

Giả sử số khuyết tật trên tuân theo phân bố Poisson. Hãy ước lượng số khuyết tật trung bình trong mỗi tấm kính.

Theo công thức (3), (4), (5) ta có:

$$\hat{\lambda} = \frac{17}{25} = 0,68$$

C.2 Ví dụ 2

Từ số liệu trong ví dụ 1 hãy xác định khoảng tin cậy phía bên phải ($\lambda_d < \lambda$) của λ với mức tin cậy $1 - \alpha = 0,95$

Theo công thức (9), từ Bảng 1 với $t = 17$ ta có:

$$r_d = 10,832$$

Vậy:

$$\lambda_d = \frac{10,832}{25} = 0,433$$

và $\lambda > 0,433$.

C.3 Ví dụ 3

Trong quá trình sử dụng máy 100 giờ có một lần máy bị hỏng. Cần xác định khoảng tin cậy phía bên trái của số lần máy dừng trung bình với mức độ tin cậy $1 - \alpha = 0,9$. Giả sử rằng số lần máy hỏng trong 100 giờ là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo luật Poisson với tham số λ .

Theo công thức (12) và Bảng 2 với $t = 1$; $1 - \alpha = 0,9$; $n = 1$, ta có:

$$r_t = 3,890$$

Vậy:

$$\lambda_t = 3,890$$

$$\lambda < 3,890$$

C.4 Ví dụ 4

Trên hai mặt không giao nhau cùng rộng 10 mm^2 ta tìm được 1 038 hạt. Hãy xác định số lượng hạt trung bình trên diện tích 10 mm^2 . Đồng thời xác định khoảng tin cậy phía bên trái của đại lượng đó với $1 - \alpha = 0,99$, giả sử số lượng hạt trên diện tích 10 mm^2 tuân theo phân bố Poisson với tham số λ .

Theo (3) ta có:

$$\hat{\lambda} = \frac{1\ 038}{2} = 519$$

Để xác định r_1 ở đây $T = 1\ 038 > 100$, áp dụng công thức (24).

$$r_1 = \frac{(9 \times 1\ 038 + 8 + 3 \times 2,326 \times \sqrt{1\ 039})^3}{729 \times 1\ 039^2} = 1\ 115,452$$

$$\lambda_1 = \frac{1\ 115,452}{2} = 557,726$$

Vậy

$$\lambda < 557,726$$

C.5 Ví dụ 5

Từ một lô sản phẩm lấy hủ họa 50 cái trong đó thấy 2 phế phẩm. Hãy xác định tỷ lệ phế phẩm p và tìm khoảng tin cậy hai phía của p với mức tin cậy $1 - \alpha^* = 0,95$.

Trong trường hợp tổng quát từ một lô có N sản phẩm trong đó có M phế phẩm, nếu lấy ngẫu nhiên m sản phẩm thì số phế phẩm T lấy ra được tuân theo phân bố siêu hình học. Nếu $N > 30$; $m < 0,1N$, $p = \frac{M}{N} < 0,1$ thì T có thể coi như có phân bố Poisson với tham số $\lambda = mp$. Để tìm được ước lượng và khoảng tin cậy của p có thể căn cứ vào λ .

Ở đây coi số phế phẩm trong mẫu tuân theo phân bố Poisson với tham số $\lambda = mp$ ($m = 50$).

Ước lượng điểm của p là $\hat{p} = \frac{T}{m}$ (T là số phế phẩm)

Vậy:
$$\hat{p} = \frac{2}{50} = 0,04$$

ở đây ứng với $1 - \alpha^* = 0,95$, $T = 2$ theo Bảng 1 và Bảng 2 có:

$$r_1^* = 0,242$$

$$r_2^* = 7,225$$

ở đây $\lambda_d^* = r_d^*$, $\lambda_r^* = r_r^*$ ($n = 1$)

Vậy

$$p_d^* = \frac{0,242}{50} = 0,004\ 8$$

$$p_r^* = \frac{7,225}{50} = 0,144\ 5$$

và:

$$0,004\ 8 < p < 0,144\ 5$$
